

## 2. TERMODINAMIKA

### 2.1 ZAKONI IDEALNIH GASOVA

#### 2.1.1 Osnovni pojmovi termodinamike. Idealni gas

- Fizički sistem koji je sastavljen od velikog broja strukturnih elemenata predstavlja **makroskopski sistem**.
- **Termodinamiku** možemo definisati kao fizičku teoriju kojom se opisuje ponašanje makroskopskih sistema.

**Termodinamički parametri** su veličine koje daju informaciju o stanju unutar makrosistema, kao i o odnosu sistema i okoline. **Jednačina stanja** je matematički izraz predstavljen skupom termodinamičkih parametara koji su neophodni da se potpuno opišu osobine makroskopskog sistema i njegov odnos sa okolinom. **Termodinamička ravnoteža** je termodinamičko stanje koje se ne menja u toku vremena. Prelazak makroskopskog sistema iz jednog termodinamičkog stanja u drugo ostvaruje se **termodinamičkim procesom**, pri čemu je ova promena praćena promenom termodinamičkih parametara.

Termodinamički parametar koji određuje ravnotežu među termodinamičkim sistemima naziva se **temperatura**. Dva termodinamička sistema biće u stanju termodinamičke ravnoteže ako su im temperature jednake. Veza temperature i srednje kinetičke energije translatornog kretanja čestica mase  $m_0$  makroskopskog sistema data je sledećim izrazom:

$$\bar{E}_k = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \quad ,$$

gde je  $k$  Bolcmanova konstanta, a  $T$  temperatura. Veličina  $\overline{v^2}$  naziva se srednja kvadratna brzina .

U praksi se najčešće koristi Celzijusova temperaturska skala. Osnovna jedinica u Celzijusovoj temperaturskoj skali je Celzijusov stepen ( $^{\circ}C$ ).

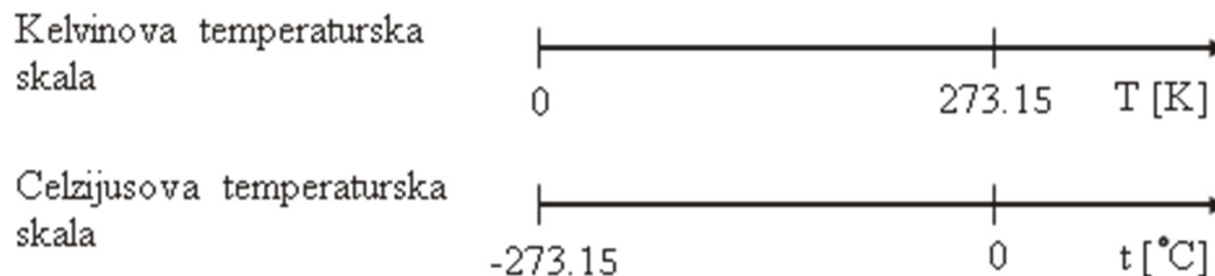
U nauci se, međutim, najčešće koristi Kelvinova temperaturska skala. Jedinica za temperaturu izražena u Kelvinovoj temperaturskoj skali je kelvin ( $K$ ). Temperaturski intervali koji odgovaraju jednom stepenu Celzijusove skale, i jednom kelvinu, jednaki su.

Veza između temperatura izraženih u Kelvinovoj temperaturskoj skali i Celzijusovoj temperaturskoj skali data je izrazom:

$$t = T - 273.15 ,$$

gde je  $t$  temperatura u Celzijusovoj temperaturskoj skali, a  $T$  temperatura u Kelvinovoj temperaturskoj skali.

Temperatura izražena u kelvinima naziva se apsolutna temperatura. Nulta tačka Kelvinove temperaturske skale naziva se apsolutna nula.



Karakterističan makroskopski sistem predstavlja **model idealnog gasa**.

- **Pri dovoljno visokim temperaturama i niskim pritiscima različiti gasovi ponašaju se na isti način.**

U intervalu temperatura i pritisaka u kojima se različiti gasovi ponašaju na isti način moguće je korišćenje **aproksimacije idealnog gasa**.

U okviru ove aproksimacije smatramo da se

- 1) može zanemariti interakcija između čestica (molekula ili atoma) koji čine gas,**
- 2) može zanemariti zapremina čestica gasa (čestice se mogu smatrati materijalnim tačkama).**

## 2.1.2 Jednačina stanja idealnog gasa

Razmatrajući kretanje čestica idealnog gasa u nekom "sudu", uzimajući u obzir sudare čestica sa zidom suda, uz zanemarivanje sudara među česticama, dobija se

$$pV = NkT \ .$$

Gornja jednačina najčešće se u literaturi naziva jednačina stanja idealnog gasa.

- Proizvod pritiska i zapremine idealnog gasa srazmeran je apsolutnoj temperaturi i broju čestica idealnog gasa (**jednačina stanja idealnog gasa**).

Često se jednačina stanja idealnog gasa izražava na drugačiji način. Pri tome se uvodi nova fizička veličina kojom se meri **količina supstancije**.

- **Mol** je jedinica za količinu supstancije koja u sebi sadrži onoliko strukturnih elemenata (atoma, jona, molekula,...), koliko se atoma sadrži u 12g ugljenikovog izotopa  $C^{12}$ .
- **Avogadrov broj** jednak je broju strukturnih elemenata koji se nalaze u količini supstancije od jednog mola, i iznosi  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Koristeći nove veličine, moguće je broj molova idealnog gasa predstaviti sa  $n = \frac{N}{N_A}$ .

Uvodeći novu fizičku konstantu  $R = kN_A = 8.31 \frac{J}{\text{molK}}$ , jednačina stanja idealnog gasa transformiše se u:

$$pV = nRT .$$

Gornja jednačina najčešće se u literaturi naziva **Klapejronova jednačina**.

Poseban oblik jednačina stanja idealnog gasa dobija u slučaju kada se u toku procesa broj čestica ne menja:

$$\frac{pV}{T} = \text{const.}$$

## 2.1.3 Zakoni idealnog gasa

Polazeći od jednačine stanja idealnog gasa lako se dobijaju tzv. zakoni idealnog gasa koji opisuju ponašanje idealnog gasa u situaciji kada je jedan od termodinamičkih parametara konstantan.

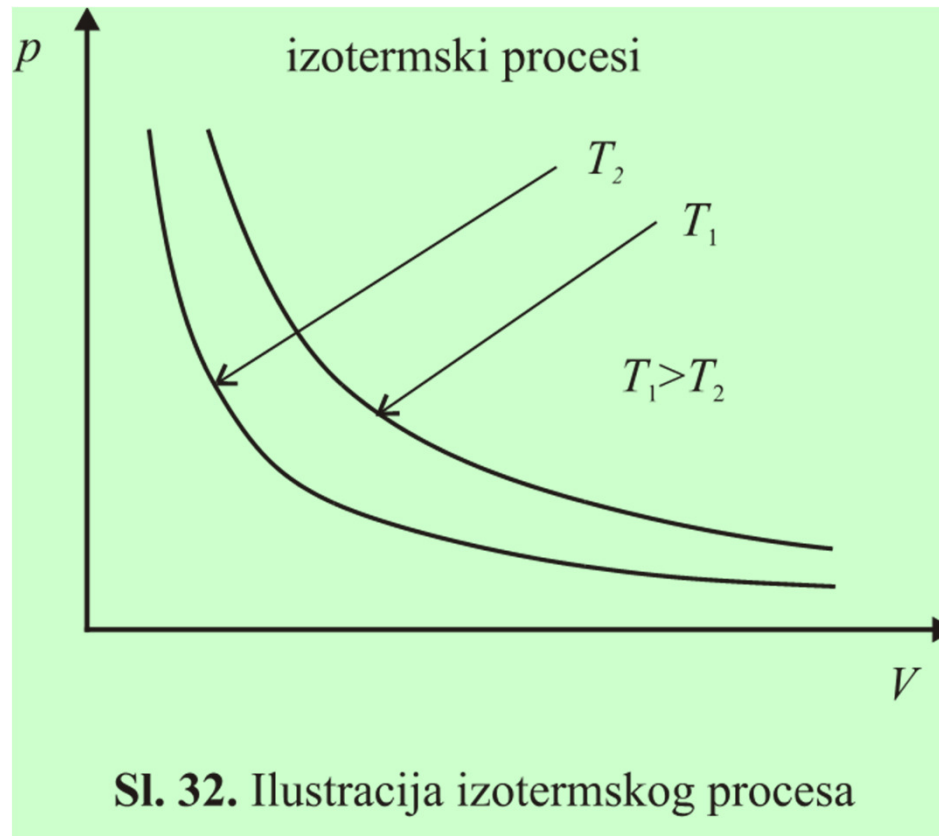
### *Bojl-Mariotov zakon*

- **Bojl-Mariotov zakon** opisuje izotermske procese u idealnom gasu. Uz pretpostavku da se broj čestica idealnog gasa ne menja i da je temperatura u toku procesa konstantna, jednačina stanja idealnog gasa može se predstaviti u sledećem obliku:

$$pV = const.$$

- U izotermkim procesima u kojima se broj čestica koje čine idealan gas ne menja, proizvod pritiska gasa i zapremine gasa konstantna je veličina (**Bojl – Mariotov zakon**).

Na  $pV$  dijagramu na Sl.32 izotermni procesi su predstavljeni hiperbolama. Sa porastom temperature hiperbole date na dijagramu pomeraju se naviše.



Sl. 32. Ilustracija izotermnog procesa



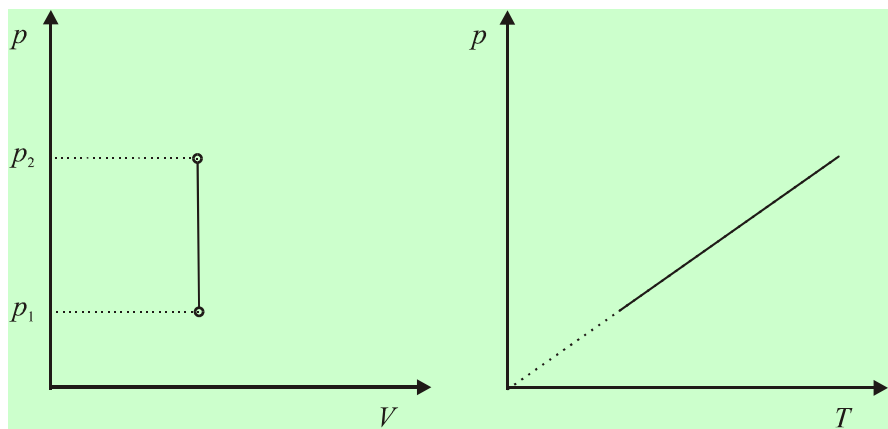
## Šarlov zakon

**Šarlov zakon** opisuje izohorske procese koji se odvijaju uz konstantan broj čestica idealnog gasa.

$$\frac{p}{T} = \text{const.}$$

- U izohorskim procesima u kojima se ne menja broj čestica u toku procesa, količnik pritiska gasa i apsolutne temperature konstantna je veličina (**Šarlov zakon**).

Na  $pT$  dijagramu izohorski procesi se predstavljaju pravim linijama koje prolaze kroz koordinatni početak. Trebalo bi primetiti da fizičkog smisla imaju samo oni delovi pravih linija kojima odgovaraju dovoljno visoke temperature na kojima se gas ponaša kao idealnii gas.



Sl. 33. Ilustracija izohorskog procesa na  $pV$  i  $pT$  dijagramu

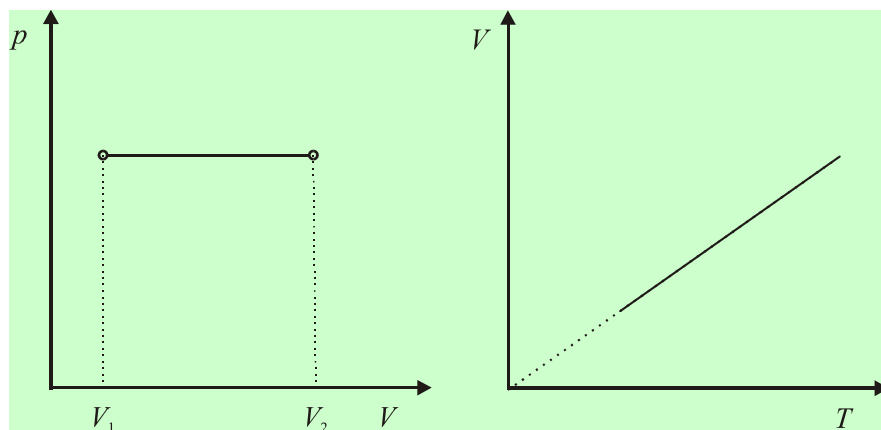
## Gej – Lisakov zakon

**Gej – Lisakov zakon** opisuje izobarske procese koji se odvijaju uz konstantan broj čestica idealnog gasa.

$$\frac{V}{T} = \text{const.}$$

- U izobarskim procesima u kojima se ne menja broj čestica u toku procesa, količnik zapremine gasa i apsolutne temperature konstantna je veličina (**Gej – Lisakov zakon**).

Na  $V$  $T$  dijagramu izobarski procesi predstavljaju se pravim linijama koje prolaze kroz koordinatni početak. Trebalo bi primetiti da fizički smisao ima samo onaj deo linija koji se odnosi na dovoljno visoke temperature, na kojima je gas u stanju idealnog gasa.

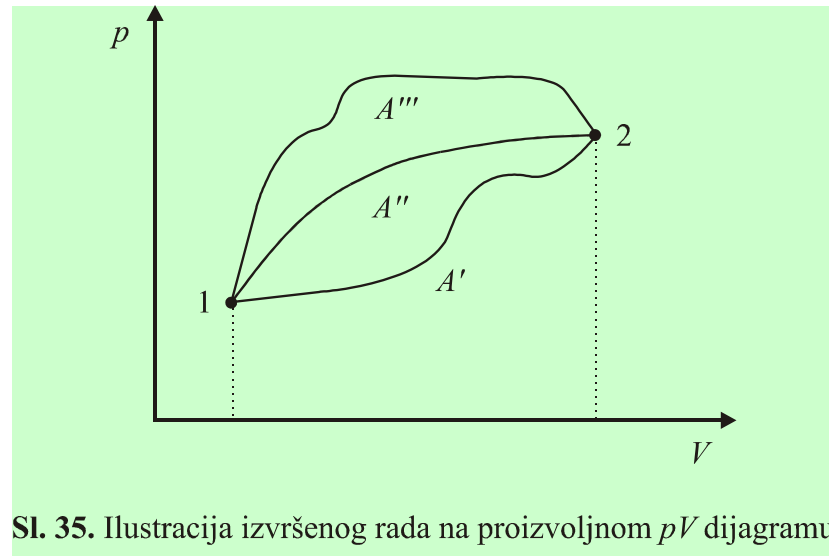


Sl. 34. Ilustracija izobarskog procesa na  $pV$  i  $V$  $T$  dijagramu

## 2.2 TERMODINAMIKA

### 2.2.1 Rad idealnih gasova

Analizu rada idealnih gasova najpogodnije je izvršiti predstavljajući termodinamičke procese na  $pV$  dijagramu. Rad koji izvrši gas prelaskom iz početnog stanja 1 u konačno stanje 2 zavisi od načina prelaska termodinamičkog sistema iz početnog u konačno stanje. **Površina pod odgovarajućom krivom  $p(V)$  na dijagramu ima smisao izvršenog rada.** Za različite termodinamičke procese površine pod krivim koje opisuju te procese biće različite.



Sl. 35. Ilustracija izvršenog rada na proizvoljnom  $pV$  dijagramu

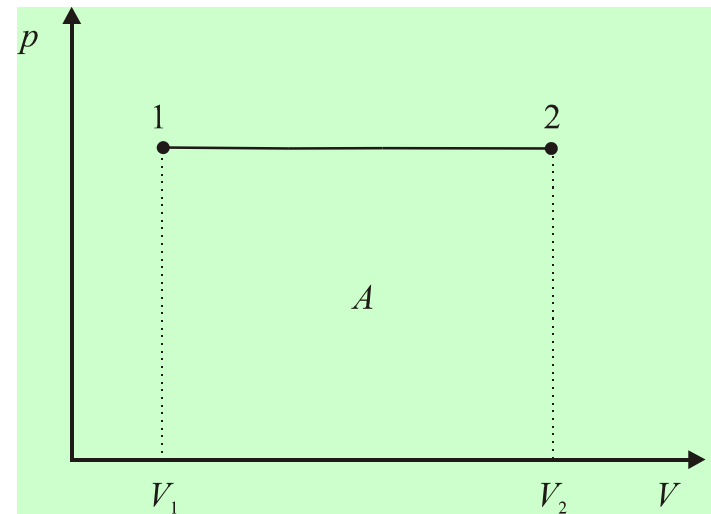
Daćemo sada kratak pregled radova koje izvrši termodinamički sistem, za neke karakteristične procese.

**Izohorski proces:** Kod izohorskog procesa zapremina gasa ne menja se u toku procesa,  $V = \text{const.}$ . Površina pod odgovarajućom krivom na  $pV$  dijagramu jednaka je nuli, kao i odgovarajući rad.

**Izobarski proces:** U slučaju izobarskog procesa pritisak je konstantan  $p = \text{const.}$ , tako da iz izraza za elementarni rad  $dA = pdV$ , dobijamo:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1),$$

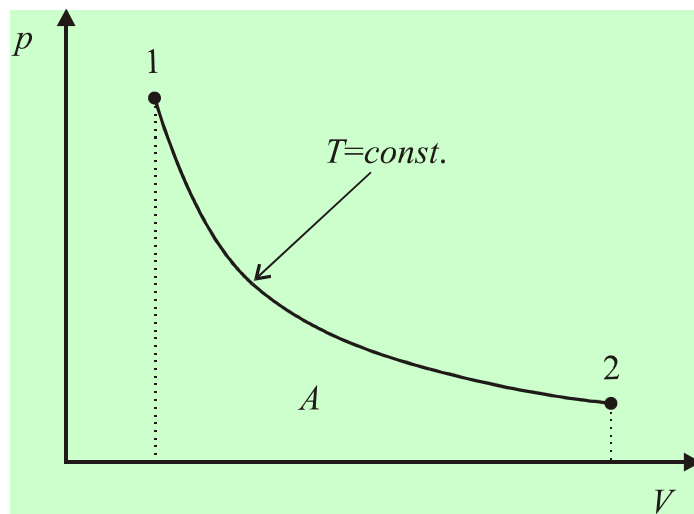
gde su  $V_1$  i  $V_2$  zapremine gasa na početku i kraju posmatranog procesa.



Sl. 36. Ilustracija rada pri izobarskom procesu

**Izotermiski proces:** Polazeći od jednačine stanja idealnog gasa  $pV = nRT$ , a imajući u vidu da je temperatura u toku procesa konstantna  $T = const.$ , moguće je pritisak gasa izraziti u funkciji zapremine,  $p = \frac{nRT}{V}$ . Izvršeni rad pri promeni zapremine od početne  $V_1$  do konačne  $V_2$  dat je izrazom

$$A_{12} = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right).$$



Sl. 37. Ilustracija rada pri izotermiskom procesu

## 2.2.2 Unutrašnja energija idealnog gasa

Ukupna energija termodinamičkog sistema jednaka je sumi različitih oblika energije svih čestica koje čine sistem. Pri tome se ukupna energija sistema može predstaviti kao suma **spoljašnje energije** i **unutrašnje energije** sistema čestica. Spoljašnja energija sadrži kinetičku energiju sistema posmatranog kao celine kao i potencijalne energije s obzirom na delovanje različitih spoljašnjih polja sile.

**Unutrašnju energiju** termodinamičkog sistema predstavljamo kao sumu kinetičke energije čestica i različitih oblika potencijalne energije nastale međusobnim delovanjem čestica

$$U = \sum_{i=1}^N (E_{k,i}^{tr.} + E_{k,i}^{rot.} + E_{k,i}^{osc.}) + \sum_p \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N U_{i,j}^p$$

U okviru modela idealnog gasa, ako se zanemare interakcije između čestica, i ako pretpostavimo da su čestice atomi ostaje samo kinetička energija translatornog kretanja čestica, što uz korišćenje izraza za srednju kinetičku energiju, dovodi do:

$$U = \sum_{i=1}^N E_{k,i}^{tr.} = N\bar{E}_k = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT$$

Promena unutrašnje energija zavisi samo od promene temperature, a ne i od načina na koji je temperaturska promena izvršena. Fizičke veličine sa ovim svojstvima nazivamo **funkcijama stanja** termodinamičkog sistema.

## 2.2.3 Prvi princip termodinamike

Prvi princip termodinamike možemo posmatrati kao svojevrsan oblik zakona održanja energije. Sa  $\Delta Q$  obeležićemo energiju koja se razmeni između dva termodinamička sistema bez vršenja rada. Ovako razmenjenu količinu energije nazivamo **količina toplote**, ili kraće, samo **toplota**. Prvi princip termodinamike govori o transformacijama koje prate prelazak termodinamičkog sistema iz jednog stanja u drugo.

- Količina toplote dovedena nekom termodinamičkom sistemu troši se delimično na rad termodinamičkog sistema protiv spoljašnjih sila, a delimično na promenu unutrašnje energije termodinamičkog sistema (**Prvi princip termodinamike**).

Matematički zapis prethodne formulacije dat je u sledećem obliku:

$$\Delta Q = \Delta A + \Delta U$$

Razmatrajući prethodni izraz zaključujemo da postoje tri karakteristične situacije.

- 1) Ako u toku termodinamičkog procesa nema promene unutrašnje energije  $dU = 0$ , sva dovedena količina toplote troši se na vršenje rada,  $dQ = dA$ . Pošto se unutrašnja energija termodinamičkog sistema ne menja, zaključujemo da su u pitanju izotermiski procesi.
- 2) Ukoliko termodinamički sistem ne vrši rad u toku procesa ( $dA = 0$ ), sva dovedena količina toplote troši se na povećanje unutrašnje energije. U ovom slučaju u pitanju su izohorski procesi
- 3) Treća karakteristična situacija nastaje kada termodinamički sistem ne razmenjuje toplotu sa okolinom  $dQ = 0$ . Ove procese nazivamo **adijabatskim**, a ostvaruju se u slučaju kada je termodinamički sistem izolovan u odnosu na okolinu, ili kada se proces izvodi toliko brzo da termodinamički sistem u toku trajanja procesa ne stigne da razmeni toplotu sa okolinom. Termodinamički sistem i u slučaju kada mu se ne dovodi toplota može da vrši rad. Međutim, u tom slučaju rad se vrši na račun smanjenja unutrašnje energije,  $dA = -dU$ . Kako je unutrašnja energija konačna veličina, i ovako izvršeni rad je konačan. Nemoguće je napraviti **perpetuum mobile** prve vrste, odnosno mašinu koja bi jednom pokrenuta mogla da radi neograničeno dugo bez dovođenja bilo kog oblika energije.



### ***Toplotni kapaciteti:***

Od posebnog značaja u termodinamici su molarni toplotni kapaciteti idealnog gasa pri stalnom pritisku i stalnoj zapremini. Molarni toplotni kapacitet idealnog gasa pri stalnom pritisku (zapremini) brojno je jednak količini toplote koju razmeni jedan mol gasa ( $n = 1$ ) sa okolinom pri promeni temperature za jedan kelvin:

$$C_p = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p, C_V = \left( \frac{dQ}{dT} \right)_V$$

### ***Puasonova formula:***

Pri promeni stanja idealnog gasa u adijabatskom procesu važi sledeža formula:

$$pV^\gamma = \text{const.} ,$$

pri čemu je uvedena **Puasonova konstanta**  $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$  .

## 2.2.4 Drugi princip termodinamike

Prvi princip termodinamike definiše energijske karakteristike termodinamičkog procesa sa stanovišta zakona održanja energije. Pri tome se, međutim, ne razmatra mogući smer toplotne razmene. O smeru toplotne razmene govori drugi princip termodinamike.

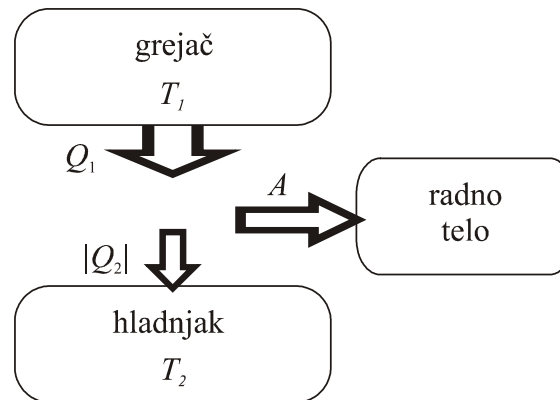
- Toplota može **spontano** prelaziti samo sa toplijeg tela na hladnije; obrnut proces prelaska toplote sa hladnijeg tela na toplije je neverovatan (**Drugi princip termodinamike**).

Jedna od formulacija drugog principa termodinamike formulisana je upravo preko pojma toplotne mašine.

- Nemoguće je napraviti toplotnu mašinu koja bi svu količinu toplote primljenu od grejača transformisala u rad.

Trebalo bi primetiti da ovo ograničenje nije izazvano postojanjem sile trenja, već je principijelnog karaktera. Naime, radni ciklus svih toplotnih mašina praćen je primanjem količine toplote  $Q_1$  od grejača, predavanjem količine toplote  $Q_2$  hladnjaku, i vršenjem rada  $A$ . Grejač je deo uređaja u kojem se predaje izvesna količina toplote (kotao parne mašine npr.) radnom telu (cilindar ispunjen gasom sa pokretnim klipom, npr.), dok hladnjak predstavlja telo kojem se predaje neka količina toplote (spoljašnja sredina, npr.). Uz zanemarivanje gubitaka izazvanih postojanjem sile trenja, rad izvršen u jednom termodinamičkom ciklusu jednak je razlici primljene količine toplote  $Q_1$  i apsolutne vrednosti predate količine toplote  $Q_2$ , odnosno:

$$A = Q_1 - |Q_2|$$



Sl. 38. Ilustracija smera toplotne razmene i izvršenog rada kod toplotne mašine

Osnovna karakteristika svih toplotnih mašina je koeficijent korisnog dejstva koji definišemo kao količnik ukupnog izvršenog rada u ciklusu i ukupne količine toplote predate termodinamičkom sistemu u toku ciklusa:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} .$$

Napomenimo da je **nemoguće** napraviti toplotnu mašinu čiji bi koeficijent korisnog dejstva bio veći od koeficijenta korisnog dejstva mašine koja bi radila po Karnoovom kružnom ciklusu

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} .$$

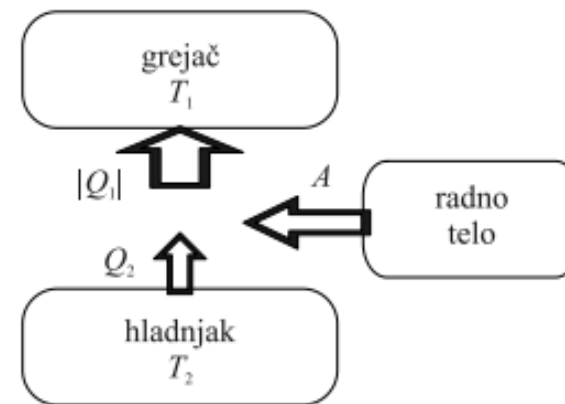
Uređaj koji izvodi inverzan ciklus u odnosu na Karnoovu toplotnu mašinu, funkcioniše kao **uređaj za hlađenje**.

Da bi se ovakav ciklus mogao odvijati potrebno je da se nad fizičkim sistemom vrši rad, kao što je šematski prikazano slici.

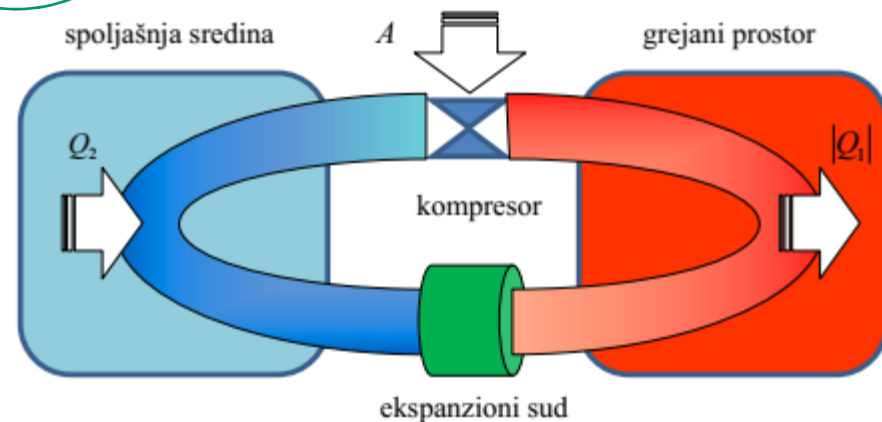
Poseban oblik uređaja za hlađenje su **toplotne pumpe**. Razlika između standardnih uređaja za hlađenje i toplotnih pumpi je u nameni. Toplotne pumpe su namenjene zagrevanju određenih prostora – najčešće stambenih.

$$\eta_G = \frac{|Q_1|}{A}$$

Uobičajene vrednosti koeficijenta grejanja  $\eta_G$  su od 3 do 5, što znači da se pri  $1\text{ kWh}$  izvršenog rada spoljašnjih sila (utrošena električna energija kompresora), grejanoj sredini preda od  $3\text{ kWh}$  do  $5\text{ kWh}$  toplotne energije.



Sl. 40. Ilustracija rada uređaja za hlađenje



Sl. 40a. Ilustracija rada toplotne pumpe